

## Численный анализ кроссоверного уравнения состояния

Рыков С.В., Багаутдинова А.Ш.

Санкт-Петербургский государственный университет  
низкотемпературных и пищевых технологий

*В настоящее время для расчета равновесных свойств в широкой окрестности критической точки широкое применение нашли асимметричные уравнения состояния в параметрической форме. В работе приведено сравнение равновесных свойств R134a, рассчитанных по кроссоверному уравнению состояния Киселева С.Б., с экспериментальными данными Yata J. и данными международных таблиц Tillner-Roth R., Baehr H.D. Из сравнения видно, что кроссоверное уравнение состояния неудовлетворительно воспроизводит свойства R134a как по плотности, так и по изохорной теплоемкости и скорости звука.*

Ключевые слова: кроссоверное уравнение состояния, R134a, термодинамические свойства.

В настоящее время для расчета в широкой окрестности критической точки равновесных свойств холодильных и криогенных веществ нашли широкое применение асимметричные уравнения состояния в параметрической форме [1, 2]. Однако эти уравнения состояния имеют довольно узкую рабочую область по параметрам состояния. С целью преодолеть этот недостаток в работах [3, 4] используются уравнения, разработанные на основе идеи кроссовера. В работе [3] предложено следующее кроссоверное уравнение состояния:

$$\rho F(T, \rho) = k \rho^{2-\alpha} R(q)^{2-\alpha} \left[ \beta \psi_0(\theta) + \sum_{i=1}^5 \beta \rho^{\Delta_i} R(q)^{-\Delta_i} \psi_i(\theta) \right] + \sum_{i=1}^4 \left( A_i + \frac{\rho}{\rho_c} \tau^i \right) \tau^i. \quad (1)$$

В выражении (1) функция  $R(q)$  называется кроссоверной функцией и имеет следующую структуру:

$$R(q) = \left( 1 + \frac{q^2}{1+q} \right)^2,$$

где  $q = (rg)^{1/2} \approx (r Gi^{-1})^{1/2}$  — аргумент кроссоверной функции;  $Gi$  — число Гинсбурга;  $r$  — полярная координата, определяющая расстояние от критической точки;  $\Delta_i$  — универсальные критические показатели;  $k$ ,  $\beta$ ,  $\beta \rho$  и  $\tau$  — ко-

эффиценты, значение которых устанавливается при обработке экспериментальных данных;  $\psi_i(\theta) = \sum_{j=0}^5 \alpha_{ij} \theta^j$ , ( $i = 0, K, 5$ ) — универсальные функции.

Результаты численного анализа кроссоверной модели (1) представлены на рис. 1—10.

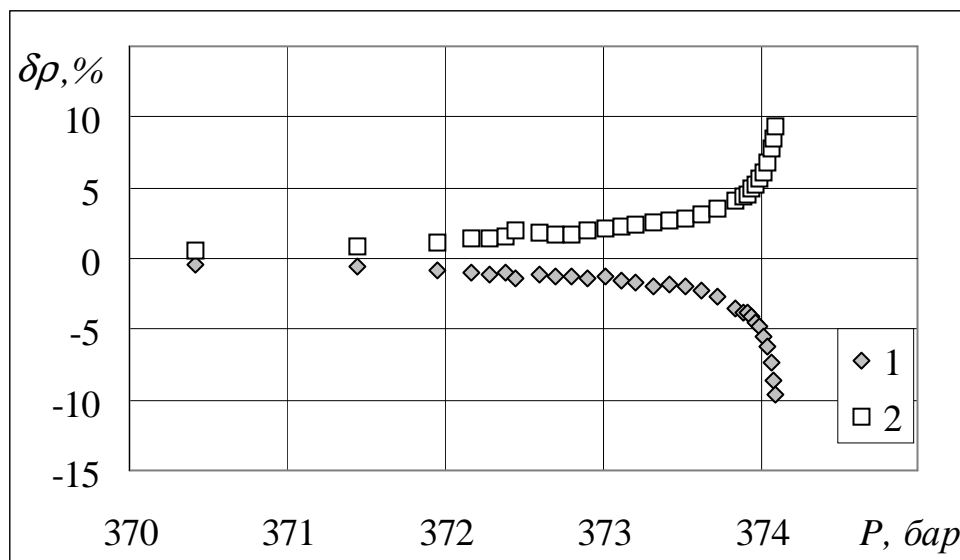


Рис. 1. Отклонения значений плотности на линии насыщения, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева (1), от экспериментальных значений Yata J. [5]: 1 — паровая ветвь; 2 — жидкостная ветвь.

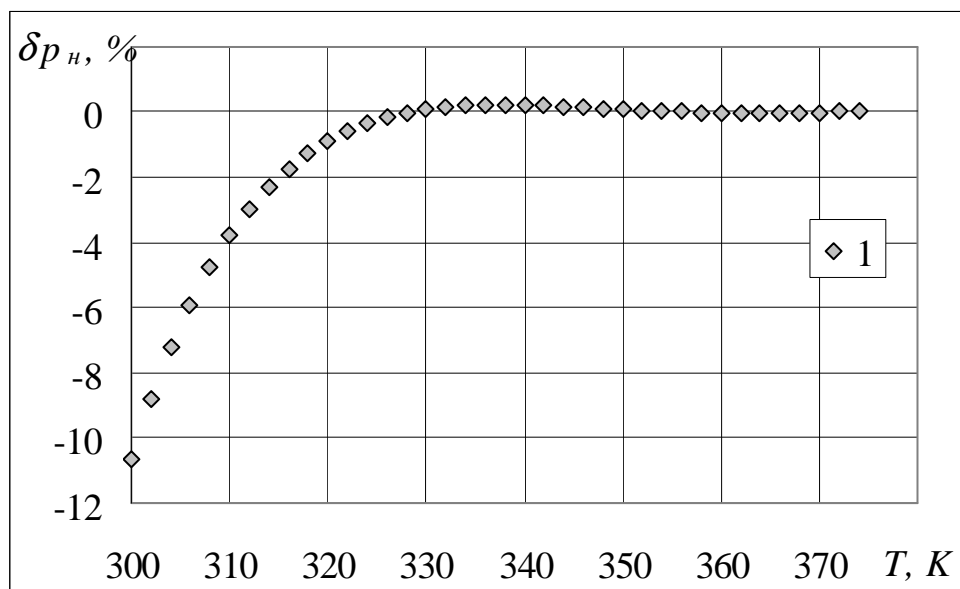


Рис. 2. Отклонения значений давления на линии насыщения, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6].

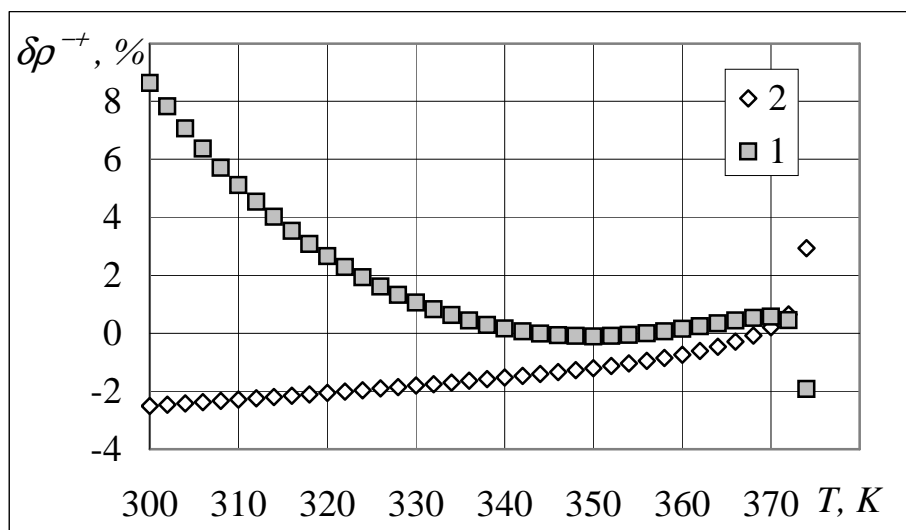


Рис. 3. Отклонения значений плотности на линии насыщения, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — паровая ветвь; 2 — жидкостная ветвь.

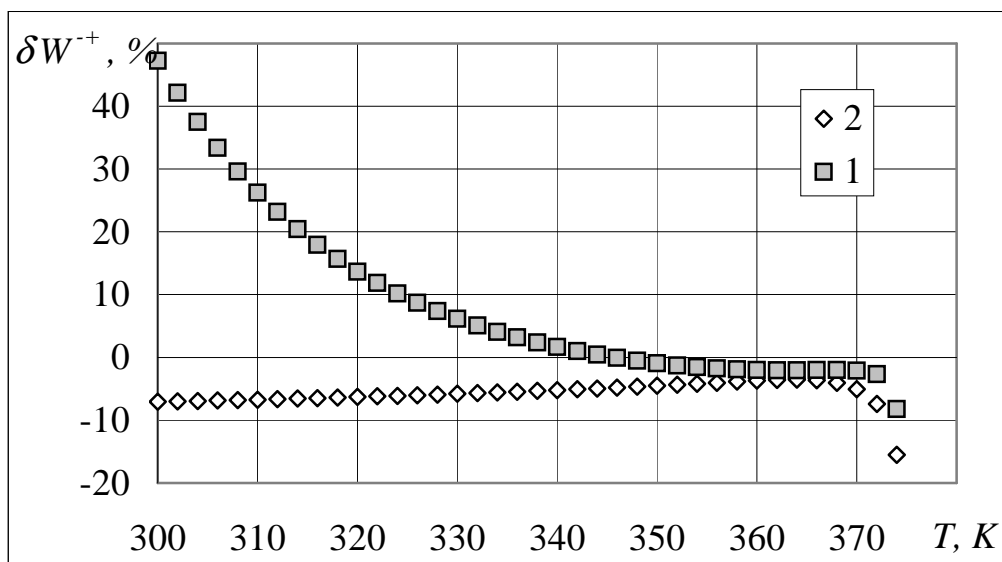


Рис. 4. Отклонения значений скорости звука на линии насыщения, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — паровая ветвь; 2 — жидкостная ветвь.

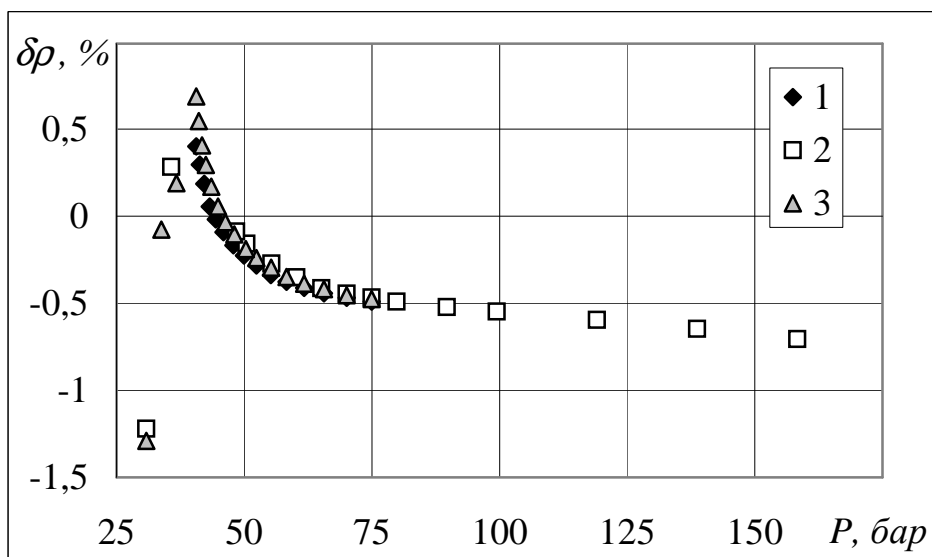


Рис. 5. Отклонения значений плотности, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от экспериментальных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 372,04 К; 2 — 373,15 К; 3 — 373,16 К.

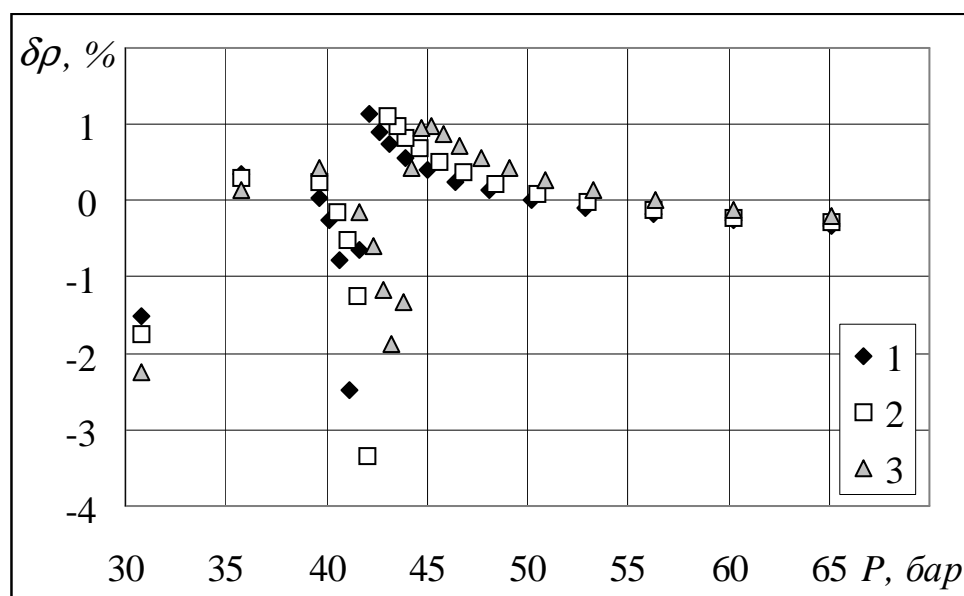


Рис. 6. Отклонения значений плотности, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от экспериментальных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 375,15 К; 2 — 376,15 К; 3 — 378,15 К.

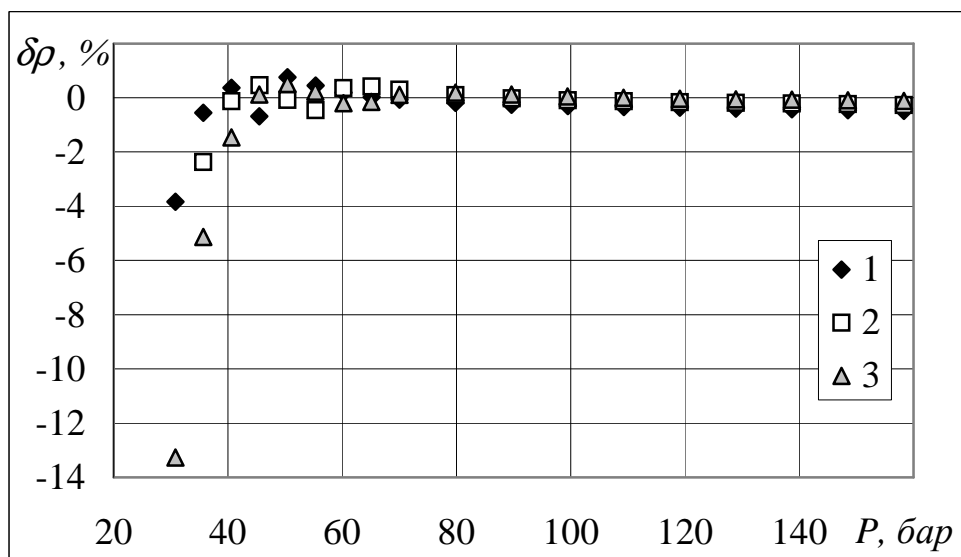


Рис. 7. Отклонения значений плотности, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от экспериментальных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 383,16 К; 2 — 393,15 К; 3 — 403,15 К.

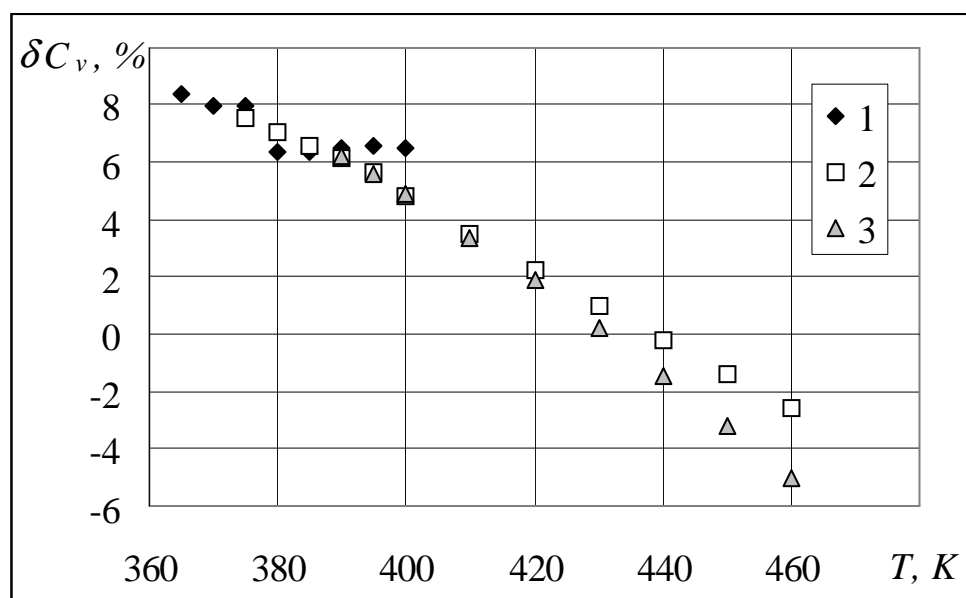


Рис. 8. Отклонения значений изохорной теплоемкости, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 40 бар; 2 — 60 бар; 3 — 100 бар.

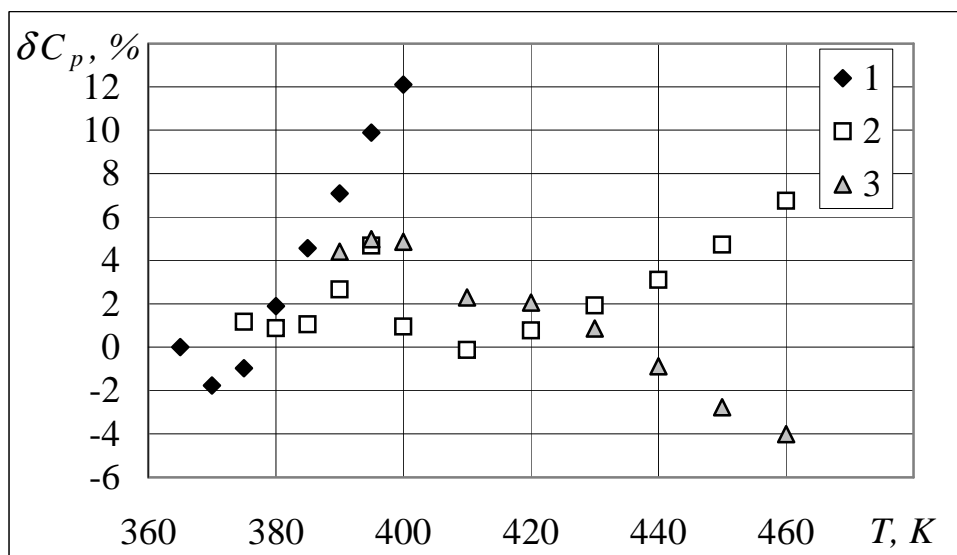


Рис. 9. Отклонения значений изобарной теплоемкости, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 40 бар; 2 — 60 бар; 3 — 100 бар.

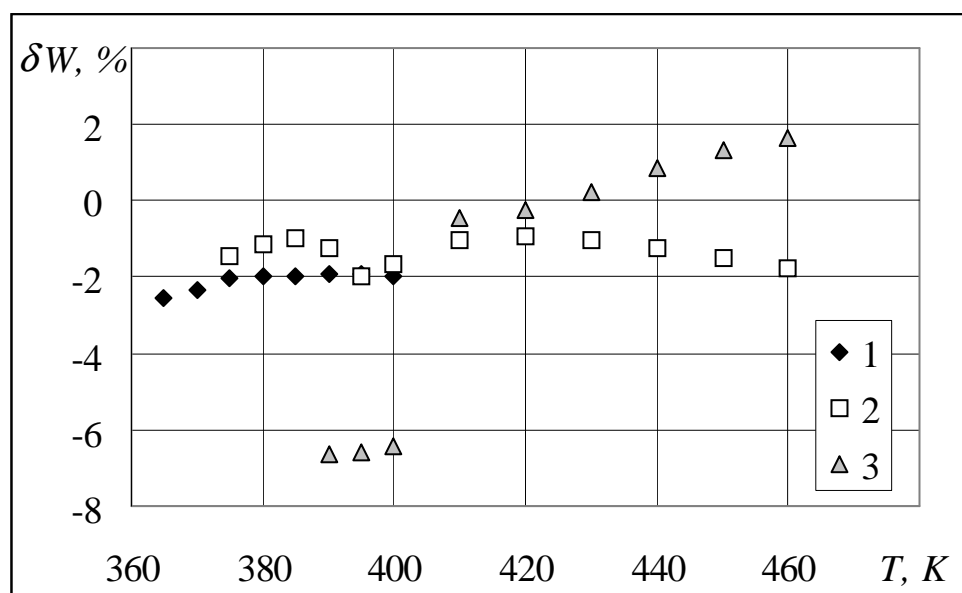


Рис.10. Отклонения значений скорости звука, рассчитанных по кроссоверному уравнению Киселева С.Б. (1), от табличных данных Tillner-Roth R., Baehr H.D. [6]: 1 — 40 бар; 2 — 60 бар; 3 — 100 бар.

На линии фазового равновесия отклонения расчетных значений плотности от экспериментальных данных как на паровой ветви, так и на жидкостной достигают в окрестности критической точки недопустимо больших значений. Отклонения скорости звука на паровой ветви линии насыщения хладона R134a от данных международных таблиц [6] носит систематический характер и также достигает слишком больших значений.

Что касается изохорной теплоемкости, то отклонения значений  $C_v$  от данных международных таблиц [6] значительно выходит за рамки экспериментальной погрешности. Кроме того, из рис.1—3 видно, что кроссоверное урав-

нение состояния (1) имеет неудовлетворительные асимптотики в области температур ниже 330 К, что затрудняет его использование для построения асимметричного единого уравнения состояния. Поэтому представляет научный и практический интерес дальнейшая разработка асимметричных уравнений состояния в физических переменных [7—9].

## Список литературы

1. Анисимов М.А. Уравнение состояния и методы расчета теплофизических свойств в окрестности критической точки // *Обзоры по теплофизическим свойствам веществ*. – М.: Изд-во стандартов. – 1980. – №5 (25). – С. 44–76.
2. Киселев С.Б. Масштабное уравнение состояния индивидуальных веществ и бинарных растворов в широкой окрестности критических точек // *Обзоры по теплофизическим свойствам веществ*. – М.: Изд-во ИВТАН. – 1989. № 2 (76). – 149 с.
3. Kiselev S.B., Huber M.L. Thermodynamic properties of R32 + R134a and R125 + R32 mixtures in and beyond critical region // *J. Refrig.* – 1998, – V. 21, № 1, – P. 64–76.
4. Sengers J.V., Edison T.A., Thermodynamic properties of ammonia in the critical region // *Int. J. Refrig.* – 1999. V. 22. P. 365–378.
5. Yata J., Coexisting curve of HFC 134a and thermal conductivity of HFC-245fa in *Proceedings of the 1st Workshop on thermochemical, thermodynamic and transport properties of halogenated hydrocarbons and mixtures, (Pisa, Italy, 1999)*, P. 120–126.
6. Tillner-Roth R., Baehr H.D. An International Standard Formulation for the Thermodynamic Properties of 1,1,1,2-tetrafluoroethane (R134a) for Temperatures From 170 K to 455 K and Pressures up to 70 MPa//*J. Phys. Chem. Ref. Data.* – 1994. Vol. 23, № 5. P. 657–729.
7. Кудрявцева И.В., Рыков С.В. Единое уравнение состояния R23 для широкого интервала давлений и температур, включая критическую область // *Доклады III Международной научно-технической конференции «Низкотемпературные и пищевые технологии в XXI веке»*. – 2007. С. 232–238.
8. Кудрявцева И.В., Рыков В.А., Рыков С.В. Асимметричное единое уравнение состояния R134a // *Вестник Международной академии холода*. – 2008. – № 2. – С.36–39.
9. Рыков С.В., Багаутдинова А.Ш., Кудрявцева И.В., Рыков В.А. Асимметричное масштабное уравнение состояния // *Вестник Международной академии холода*. – 2008. – № 3. – С. 30–33.