

УДК 544.03

Расчет теплофизических свойств гелия на линии насыщения с повышенной точностью

Канд. техн. наук **ЗАЙЦЕВ А.В.** zai_@inbox.ru,

канд. техн. наук. **Кудашов В.Н.** kdslv@mail.ru

Университет ИТМО

Институт холода и биотехнологий

191002, Санкт-Петербург, ул. Ломоносова, 9

Кудашова Н.В. kdntl@mail.ru

ОАО «Завод радиотехнического оборудования»

190103, Санкт-Петербург, Лермонтовский проспект, 54

Повышенные требования к точности определения теплофизических свойств веществ при компьютерных расчётах различных процессов и устройств предполагают необходимость выбора соответствующих методик расчёта. В результате сравнительного анализа различных методик разработана фортрановская программа расчёта теплофизических свойств гелия-4 в газообразном и жидком состояниях на линии насыщения, основанная на надёжных эмпирических уравнениях. Найдены значения энтропии и энтальпии для жидкого и газообразного гелия на линии насыщения. Приведены сравнительные результаты расчётов теплофизических свойств гелия. Показано, что полученные результаты согласуются со стандартными величинами вплоть до пятого знака. Представленная методика и разработанная программа могут быть использованы при автоматизированных расчётах и проектировании различного криогенного оборудования, в том числе и при использовании других криогенных жидкостей.

Ключевые слова: теплофизические свойства, гелий, фазовое равновесие, алгоритм, компьютерный расчет.

Calculating thermal properties of helium at the saturation line with higher accuracy

A.V. Zaitsev zai_@inbox.ru, **V.N. Kudashov** kdslv@mail.ru

University ITMO

Institute of Refrigeration and Biotechnologies

9, Lomonosov Street, St Petersburg, 191002

N.V. Kudashova kdntl@mail.ru

JSC Plant of the Radio Engineering Equipment

Increased requirements to the accuracy of thermophysical properties determination of substances in computer calculations of various processes and devices assume the necessity of choosing the corresponding calculation procedures. As a result of the comparative analysis of various techniques there is developed Fortran program of thermophysical properties calculation of helium-4 in gaseous and liquid states on the saturation line, based on the reliable empirical equations. The values of entropy and enthalpy for liquid and gaseous helium on the saturation line are found. Comparative results of thermophysical properties calculations

of helium are given. It is shown that the received results are coordinated with standard magnitudes up to the fifth sign. The technique represented and the program developed can be used in the automated calculations and in designing various cryogenic equipment, including the case when using other cryogenic liquids.

Keywords: thermal properties, helium, phase balance, algorithm, calculation.

Повышенные требования к точности определения теплофизических свойств веществ при компьютерных расчетах различных процессов и устройств предполагают необходимость выбора соответствующих методик расчета.

1. Рассмотрим эмпирическое уравнение состояния реального газа

$$pv = zRT, \tag{1}$$

где p – давление, v – удельный объём, z – коэффициент сжимаемости, R – газовая постоянная, T – температура. Перепишем уравнение (1) в приведённых координатах:

$$\pi = p / p_{кр}, \quad \omega = \rho / \rho_{кр}, \quad \tau = T / T_{кр}.$$

Здесь π , ω , τ – приведённые давление, плотность, температура, а $p_{кр}$, $\rho_{кр}$, $T_{кр}$ – соответствующие критические параметры.

Получим

$$\pi = \omega \tau z / z_{кр}, \quad z_{кр} = \frac{p_{кр}}{RT_{кр}\rho_{кр}}. \tag{2}$$

Будем использовать уравнение состояния гелия в следующем виде [1]:

$$z = 1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}. \tag{3}$$

2. Расчёт теплофизических свойств для уравнения состояния вида (3) осуществляется по хорошо известным формулам термодинамики [2, 3]. Запишем для примера формулы для вычисления энтропии и энтальпии:

$$s = s_0 + R \ln \frac{\omega}{\omega_0} + R \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{j-1}{i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}, \tag{4}$$

$$h = h_0 + RT \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+j}{i} b_{ij} \frac{\omega^i}{\tau^j}, \tag{5}$$

где $\omega_0 = p_{ct}/RT\rho_{кр}$, $p_{ct} = 0,101325$ МПа и s_0 , h_0 – энтропия, энтальпия в идеально-газовом состоянии. Зная энтропию и энтальпию, легко найти внутреннюю энергию u , функцию Гельмгольца, функцию Гиббса по формулам

$$u = h - zRT, \tag{6}$$

$$F = u - Ts, \tag{7}$$

$$\Phi = h - Ts. \tag{8}$$

3. Нас интересуют свойства вещества на линии насыщения (кипения). В книге [4] используются интерполяционные уравнения вида

$$\lg p_{\text{нас}} = \sum_{i=1}^n f_i \Theta_T^{(i-2)}, \tag{9}$$

приведённые в [2].

Мы хотим получить зависимости вида

$$p = p(T); \quad T = T(p) \tag{10}$$

на линии насыщения непосредственно из уравнения (1), используя основные термодинамические соотношения. Краткое описание алгоритма приведено в [3].

4. Из условий равновесия газовой и жидкой сред следует (см. [4])

$$\begin{cases} \tau' = \tau'' = \tau_s; \\ \pi' = \pi'' = \pi_s; \\ \varphi' = \varphi'' = \varphi_s, \end{cases} \tag{11}$$

где φ – химический потенциал. Одним штрихом отмечены параметры, относящиеся к жидкой среде, двумя штрихами – к газовой среде. Параметры с индексом «s» относятся к линии насыщения.

Если производится расчёт в зависимости от температуры, то из (6) вытекают уравнения для нахождения неизвестных плотностей жидкой и газовой сред

$$\begin{cases} \omega' - \omega'' + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \frac{\omega'^{i+1} - \omega''^{i+1}}{\tau_s^j} = 0; \\ \ln \frac{\omega'}{\omega''} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+1}{i} b_{ij} \frac{\omega'^i - \omega''^i}{\tau_s^j} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Если производится расчёт в зависимости от давления, то получается система из трёх уравнений для поиска температуры и плотностей жидкой и газовой сред

$$\begin{cases} \pi_s - \frac{\omega' \tau_s}{z_{\text{сд}}} \left(1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \omega'^{i+1} / \tau_s^j \right) = 0; \\ \pi_s - \frac{\omega'' \tau_s}{z_{\text{сд}}} \left(1 + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} b_{ij} \omega''^{i+1} / \tau_s^j \right) = 0; \\ \ln \frac{\omega'}{\omega''} + \sum_{i=1}^r \sum_{j=0}^{s_i} \frac{i+1}{i} b_{ij} \frac{\omega'^i - \omega''^i}{\tau_s^j} = 0. \end{cases} \quad (13)$$

5. В предложенном алгоритме системы (7) и (8) решаются стандартным методом Ньютона. Программа реализована на алгоритмическом языке Fortran-2003. В программе присутствует специальный регулируемый параметр FEPS равный наибольшему из абсолютных значений правых частей уравнений систем (7) и (8). В нашей программе FEPS = 10⁻¹².

Для гелия получены зависимости (5) в диапазонах 2 Ê ≤ T ≤ 5,1 Ê и 0,006 МПа ≤ p ≤ 0,21 МПа. В этих диапазонах найдены значения энтропии и энтальпии для жидкой и газовой сред на линии насыщения.

В таблицах 1 и 2 приведены некоторые результаты расчёта теплофизических свойств гелия. Представлено сравнение значений плотности жидкого и газообразного гелия на линии насыщения в зависимости от температуры и давления.

Таблица 1

p, МПа	Плотность жидкого гелия ρ', кг/м ³			Плотность газообразного гелия ρ'', кг/м ³		
	[1]	[3]	Расчёт	[1]	[3]	Расчёт
2,2	145,86	145,86	145,859	1,25	1,250	1,250
2,9	141,92	141,92	141,917	3,94	3,946	3,945

3,6	134,59	134,59	134,591	9,10	9,107	9,104
4,4	120,99	121,00	120,994	20,34	20,376	20,338
5,0	100,66	100,66	100,663	39,35	39,350	39,352

Таблица 2

p, МПа	Плотность жидкого гелия ρ' , кг/м ³			Плотность газообразного гелия ρ'' , кг/м ³		
	[1]	[4]	Расчёт	[1]	[4]	Расчёт
0,01	144,78	144,79	144,785	2,11	2,106	2,106
0,05	135,30	135,30	135,299	8,57	8,572	8,572
0,10	125,15	125,16	125,147	16,74	16,746	16,738
0,15	114,24	114,30	114,235	26,43	26,471	26,431
0,20	99,59	99,70	99,590	40,41	40,492	40,407

Полученные результаты согласуются со стандартными величинами вплоть до пятого знака.

Список литературы

1. Термодинамические свойства азота/ Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 352 с.
2. Термодинамические свойства воздуха/ Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 276 с.
3. Термодинамические свойства метана/ Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1979. – 348 с.
4. Термодинамические свойства кислорода/ Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 304 с.
5. Термодинамические свойства гелия/ Сычев В.В., Вассерман А.А., Козлов А.Д. и др. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 320 с.
6. Вукалович М.П., Новиков И.И. Термодинамика. – М.: Машиностроение, 1972. – 672 с.
7. Кириллин В.А., Сычев В.В., Шейндлин А.Е. Техническая термодинамика. – М.: Наука, 1979. – 512 с.
8. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – М.: Высшая школа, 1991. – 224 с.
9. Акулов Л.А, Борзенко Е.И, Новотельнов В.Н., Зайцев А.В. Теплофизические свойства криопродуктов. – СПб.: Политехника, 2001. – 243 с.
10. Борзенко Е.И. Статика и динамика элементов криогенных систем. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. – 212 с.